

姓名

日期

期別

## 家長引導素材

### 座標幾何學

在本單元中，學生將透過在座標平面上學會之前單元的幾何概念，建立幾何與代數之間的聯繫。座標網格提供了一種結構，可以讓學生對之前探索過的概念有新的認識。

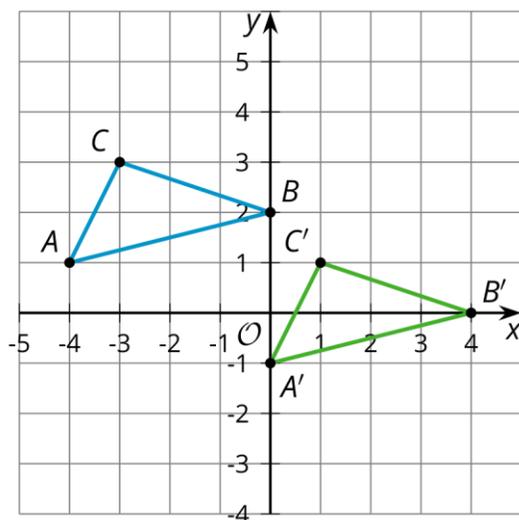
你的學生已經學過了變換。在這裡，他們將把變換看作是以平面上的點作為輸入，以其他點作為輸出的函數。例如，記號  $(x, y) \rightarrow (x + 4, y - 2)$  表示，要找到圖形中每個點的圖片，我們要在  $x$  座標上加上 4 單位，並從  $y$  座標上減去 2 單位。我們把這個變換應用到三角形  $ABC$  上。

$$(x, y) \quad (x + 4, y - 2)$$

$$A: (-4, 1) \quad A': (0, -1)$$

$$B: (0, 2) \quad B': (4, 0)$$

$$C: (-3, 3) \quad C': (1, 1)$$



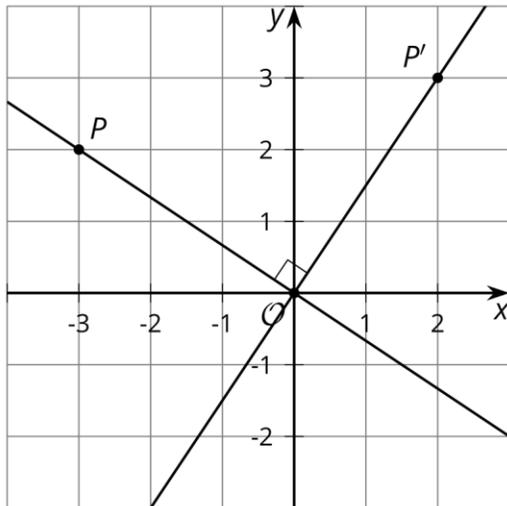
這個變換是將有向線段從  $(-4, 1)$  平移到  $(0, -1)$ ，或者非正式地說是向右平移 4 單位，向下平移 2 單位。

變換還可以用來分析平行線和垂直線的斜率。假設我們畫一條直線，經過點  $P = (-3, 2)$  和點  $(0, 0)$ ，然後對這條直線進行  $(x, y) \rightarrow (y, -x)$  變換。

姓名

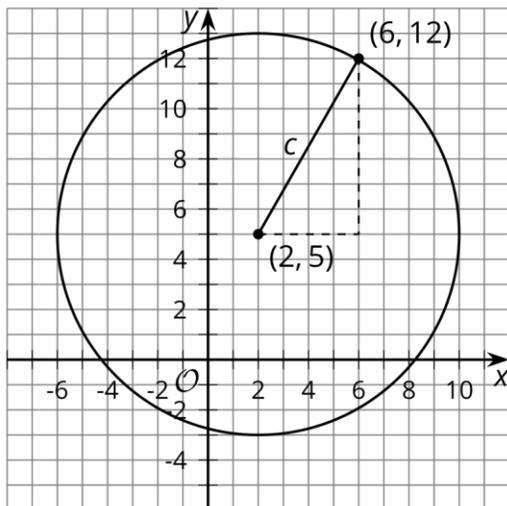
日期

期別



這條規則以點  $(0,0)$  為中心將直線順時針旋轉  $90$  度。旋轉中心不會移動，因此  $(0,0)$  映射到自身。點  $P$  的圖片是  $P' = (2,3)$ 。原始直線的斜率是  $-\frac{2}{3}$ ，而圖片的斜率是  $\frac{3}{2}$ 。斜率互為倒數。你的學生會利用這一點證明，任何兩條非水平和垂直的垂線的斜率都是互為倒數的。

畢氏定理在座標平面中也很有用。考慮圓心為  $(2,5)$ ，半徑為  $8$  單位的圓。點  $(6,12)$  似乎位於圓上。我們可以透過計算該點與圓心之間的距離來檢驗它是否真的在圓上。首先畫一個直角三角形，其斜邊就是兩點之間的距離。



用兩點的座標相減，就可以計算出三角形兩邊的長度：垂直線長  $7$  單位，水平線長  $4$  單位。將其代入畢氏定理。

$$a^2 + b^2 = c^2$$

姓名

日期

期別

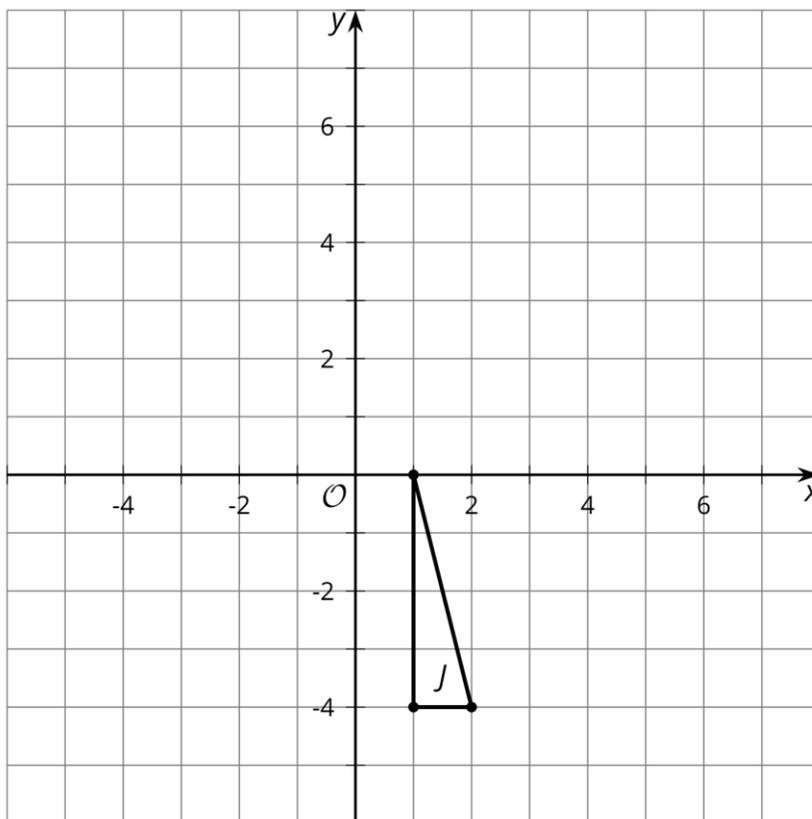
$$4^2 + 7^2 = c^2$$

$$65 = c^2$$

兩點之間的距離是 65 的正數平方，約為 8.1 單位。因此，因為它與圓心的距離不是正好為 8 單位，所以點 (6,12) 實際上並不在圓上。

請與學生一起嘗試完成這個任務：

圖像為三角形  $J$ 。



將每種變換規則應用於三角形  $DEF$ 。接著，描述這個變換，並判斷它是否產生了一個全等的圖像、相似的圖像，或者兩者皆非。

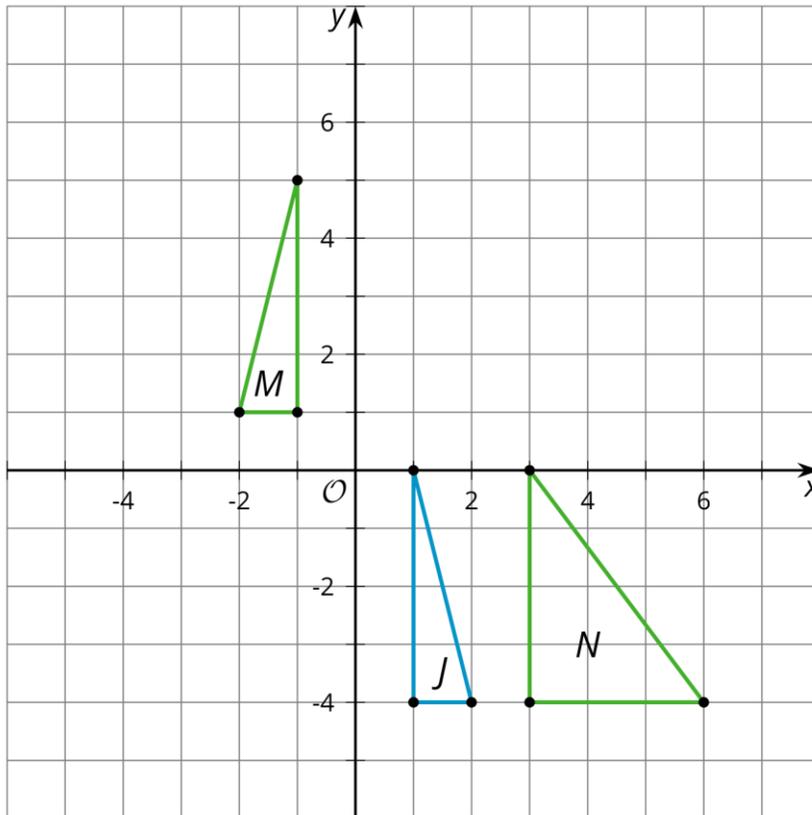
1. 標記這個變換  $M$  的結果： $(x, y) \rightarrow (-x, y + 5)$
2. 標記這個變換  $N$  的結果： $(x, y) \rightarrow (3x, y)$

解：

姓名

日期

期別



1. 這個變換是在  $y$  軸上的反射，然後是有向線段從  $(-1,0)$  到  $(-1,5)$ 。原三角形和影像三角形的所有 3 對對應邊都全等，因此根據三角形邊-邊-邊全等定理，這兩個三角形全等（因此也相似）。這是有道理的，因為反射和平移都是剛體運動。
2. 這種變換是水平拉伸，偏離  $y$  軸的 3 倍。三角形  $J$  和三角形  $N$  對應的垂直邊相等，但三角形  $N$  的水平邊是三角形  $J$  對應邊的 3 倍長。由於對對應的邊既不完全全等也不完全成比例，所以這兩個三角形既不完全全等也不相似。



© 創用 CC 授權姓名標示 2019 年 Illustrative Mathematics® 版權所有